



# **Metodi esatti**

Metodo di Quine Mc Cluskey  
per funzioni a una uscita

# Esercizio 1

(tratto da "Reti Logiche" di Bolchini, Brandolese, Salice, Sciuto)

- Minimizzare con il metodo di Quine-McCluskey, la rete con quattro ingressi ed una uscita specificata come segue:

$$\text{ONSet}=\{1,4,5,6,7,9,11,14,15\}; \text{DCSet}=\emptyset$$

## Soluzione:

- Si considerino i valori degli ingressi delle configurazioni che costituiscono l'ONSet e si ricava:

$$\text{ONSet}=\{0001,0100,0101,0110,0111,1001,1011,1110,1111\}$$

- che dà origine alla seguente partizione:

$$\text{ONSet}=\{\{0001,0100\}\{0101,0110,1001\}\{0111,1011,1110\}\{1111\}\}$$



# I Fase: ricerca degli implicanti primi

$m_i$	$x$	$y$	$z$	$v$	
1	0	0	0	1	✓
4	0	1	0	0	✓
5	0	1	0	1	✓
6	0	1	1	0	✓
9	1	0	0	1	✓
7	0	1	1	1	✓
11	1	0	1	1	✓
14	1	1	1	0	✓
15	1	1	1	1	✓

$\{m_1...m_n\}$	$x$	$y$	$z$	$v$	
1, 5	0	-	0	1	<i>A</i>
1, 9	-	0	0	1	<i>B</i>
4, 5	0	1	0	-	✓
4, 6	0	1	-	0	✓
5, 7	0	1	-	1	✓
6, 7	0	1	1	-	✓
6, 14	-	1	1	0	✓
9, 11	1	0	-	1	<i>C</i>
7, 15	-	1	1	1	✓
11, 15	1	-	1	1	<i>D</i>
14, 15	1	1	1	-	✓

$\{m_1...m_n\}$	$x$	$y$	$z$	$v$	
4, 5, 6, 7	0	1	-	-	<i>E</i>
6, 7, 14, 15	-	1	1	-	<i>F</i>

**0-01 A**

**-001 B**

**10-1 C**

**1-11 D**

**01- - E**

**-11- F**



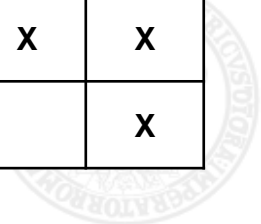
# II Fase: copertura (1/2)

	m1	m4	m5	m6	m7	m9	m11	m14	m15
A	x		x						
B	x					x			
C						x	x		
D							x		x
E		x	x	x	x				
F				x	x			x	x

$C(F) = \{E, F\}$

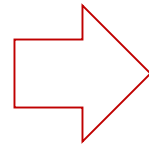


	m1	m9	m11
A	x		
B	x	x	
C		x	x
D			x

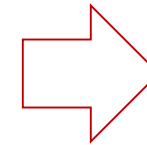


## II Fase: copertura (2/2)

	m1	m9	m11
A	x		
B	x	x	
C		x	x
D			x



	m1	m9	m11
B	x	x	
C		x	x



$C(F) = \{E, F, B, C\}$

$$F = E + F + B + C = !xy + yz + !y!zv + x!yv$$



# Esercizio 2

(tratto da “Reti Logiche” di Bolchini, Brandolese, Salice, Sciuto)

- Minimizzare con il metodo di Quine-McCluskey, la rete con quattro ingressi ed una uscita specificata come segue:

$$\text{ONSet}=\{4,10,11,13,14,15\}; \text{DCSet}=\{3,5,6,7\}$$

## Soluzione:

- Si considerino i valori degli ingressi delle configurazioni che costituiscono l'ONSet e il DCSet si ricava:

$$\text{ONSet}=\{0100,1010,1011,1101,1110,1111\}$$

$$\text{DCSet}=\{0011,0101,0110,0111\}$$

- che dà origine alla seguente partizione:

$$\{\{0100\}\{1010,0011,0101,0110\}\{1011,1101,1110,0111\}\{1111\}\}$$



# I Fase: ricerca degli implicanti primi

4	0100	✓
3	0011	✓
5	0101	✓
6	0110	✓
10	1010	✓
7	0111	✓
11	1011	✓
13	1101	✓
14	1110	✓
15	1111	✓

(a)

4,5	010-	✓
4,6	01-0	✓
3,7	0-11	✓
3,11	-011	✓
5,7	01-1	✓
5,13	-101	✓
6,7	011-	✓
6,14	-110	✓
10,11	101-	✓
10,14	1-10	✓
7,15	-111	✓
11,15	1-11	✓
13,15	11-1	✓
14,15	111-	✓

(b)

4,5,6,7	01--	A
3,7,11,15	--11	B
5,7,13,15	-1-1	C
6,7,14,15	-11-	D
10,11,14,15	1-1-	E

(c)

**01-- A**

**--11 B**

**-1-1 C**

**-11- D**

**1-1- E**



# II Fase: copertura

	4	10	11	13	14	15
A	X					
B			X			X
C				X		X
D					X	X
E		X	X		X	X

$$F = A + C + E = !xy + yv + xz$$





# Esercizio 3

(tratto da “Reti Logiche” di Bolchini, Brandolese, Salice, Sciuto)

- Minimizzare con il metodo di Quine-McCluskey, la rete con quattro ingressi ed una uscita specificata come segue:

$$\text{ONSet}=\{0,2,4,5,6,7,8,9,13,15\}; \text{DCSet}=\emptyset$$

## Soluzione:

- Si considerino i valori degli ingressi delle configurazioni che costituiscono l'ONSet e si ricava:

$$\text{ONSet}=\{0000,0010,0100,0101,0110,0111,1000,1001,1101,1111\}$$

- che dà origine alla seguente partizione:

$$\text{ONSet}=\{\{0000\}\{0010,0100,1000\}\{0101,0110,1001\}\{0111,1101\}\{1111\}\}$$



# I Fase: ricerca degli implicanti primi

Passo 0	Passo 1	Passo 2
0000 (0) -	00-0 (0,2) -	0--0 (0,4,2,6)
0010 (2) -	0-00 (0,4) -	01-- (4,5,6,7)
0100 (4) -	-000 (0,8)	-1-1 (5,7,13,15)
1000 (8) -	0-10 (2,6) -	
0101 (5) -	010- (4,5) -	
0110 (6) -	100- (8,9)	
1001 (9) -	01-0 (4,6) -	
0111 (7) -	01-1 (5,7) -	
1101 (13) -	-101 (5,13) -	
1111 (15) -	011- (6,7) -	
	1-01 (9,13)	
	-111 (7,15) -	
	11-1 (13,15) -	

Tutte le configurazioni che non sono state marcate con il simbolo “~” sono implicanti primi. Si determina così l'elenco completo degli implicanti primi da considerare:

P1	P2	P3	P4	P5	P6
$\bar{a}\bar{d}$	$\bar{a}b$	$bd$	$\bar{b}\bar{c}\bar{d}$	$a\bar{b}\bar{c}$	$a\bar{c}\bar{d}$
(0, 2, 4, 6)	(4, 5, 6, 7)	(5, 7, 13, 15)	(0, 8)	(8, 9)	(9, 13)

**Seconda fase:** si considera la tabella implicanti/mintermini e, applicando i tre consueti criteri, viene semplificata.

# II Fase: copertura (1/2)

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	X	X	X		X					
P2			X	X	X	X				
P3				X		X			X	X
P4	X						X			
P5							X	X		
P6								X	X	

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P1	X	X	X		X					
P2			X	X	X	X				
P3				X		X			X	X
P4	X						X			
P5							X	X		
P6								X	X	

$C(f) = \{P1, P3\}$

## II Fase: copertura (2/2)

	8	9
<del>P4</del>	X	
P5	X	X
<del>P6</del>		X

$$C(f) = \{P1, P3, P5\}$$

$$f = P1 + P3 + P5 = !a!d + bd + a!b!c$$